Лабораторна робота № 5

Ітераційні циклічні алгоритми. Обчислення значення функції як суми нескінченного ряду.

Мета роботи: оволодіння практичними навичками розробки та програмування алгоритмів ітераційної циклічної структури.

Завдання
1. Скласти блок-схему та програму для обчислення значень елементарних функцій в заданих точках за допомогою степеневих рядів з точністю до члена, меншого за 0.00001. Визначити кількість доданків.
2. Обчислити значення елементарних функцій в заданих точках за допомогою стандартних функцій мови C. Порівняти результати.
3. Розв’язати задачу на заданому проміжку із заданим кроком. Результати виконання вивести у вигляді таблиці.

Варіанти завдань

№.	*Функція*	XN	XK	H
1	$E^X = \sum_{K=0}^{\infty} \frac{X^k}{K!}$	0.08	0.2	0.02
2	$SIN^3 X = \frac{1}{4} \cdot \sum_{K=1}^{\infty} (-1)^{K+1} * \frac{3^{2K+1} - 3}{(2K+1)!} * X^{2K+1}$	1^0	15^0	2^0
3	$LNX = 2\sum_{K=1}^{\infty} \frac{1}{2K-1} * (\frac{X-1}{X+1})^{2K-1}$	2	3	0.1
4	$Arshx = LN(X + \sqrt{X^2+1}) = X + \sum_{K=1}^{\infty} (-1)^K * \frac{(2K-1)!\,X^{2K+1}}{(2K)!(2K+1)}$	0.1	0.9	0.1
5	$E^{-X^2} = \sum_{K=0}^{\infty} (-1)^K * \frac{X^{2K}}{K!}$	0.5	1.5	0.1
6	$Arthx = \frac{1}{2} LN \frac{1+X}{1-X} = \sum_{K=0}^{\infty} \frac{X^{2K+1}}{2K+1}$	0.1	0.5	0.05
7	$(1+X)^{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2}X + \frac{1*3}{2*4}X^2 - \frac{1*3*5}{2*4*6}X^3 + \cdots$	0	0.01	0.005
8	$ArcctgX = \frac{\pi}{2} - \sum_{K=0}^{\infty} (-1)^K \frac{X^{2K}}{2K+1}$	0.5	0.9	0.1
9	$ShX = \sum_{K=0}^{\infty} \frac{X^{2K+1}}{(2K+1)!}$	0.5	1.2	0.01
10	$LNX = \sum_{K=1}^{\infty} (-1)^{K+1} \frac{(X-1)^K}{K}$	1	2	0.1
11	$SINX = \sum_{K=0}^{\infty} (-1)^K \frac{X^{2K+1}}{(2K+1)!}$	30^0	40^0	2^0

12	$(1+X)^{-\frac{1}{3}}=1-\frac{1}{3}X+\frac{1*4}{3*6}X^2-\frac{1*4*7}{3*6*9}X^3+\cdots$	0.1	0.9	0.1

Приклад

№.	Функція	XN	XK	H
	$LN(X+\sqrt{X^2+1})=\sum_{K=0}^{\infty}(-1)^K\frac{(2K)!}{2^{2K}(K!)^2(2K+1)}X^{2K+1}$	0.1	0.9	0.1

Завдання поєднує в собі дві задачі: побудова таблиці значень заданої функції для значень X від XN до XK з кроком H, та знаходження при тих самих значеннях X суми степеневого ряду із заданою точністю. Перша з них в програмі вирішується за допомогою циклу по X (з перед- чи післяумовою, або з параметром), в тілі якого виконується обчислення значення функції, суми ряду та вивід результатів. Цей цикл повинен починатися при X=XN, кожного разу додавати до значення X величину H, і закінчитися при X>XK. Якщо для його реалізації обрати з параметром, то перед циклом потрібно визначити кількість повторів, як збільшену на 1 цілу частину від ділення різниці XK-XN на H.
Обчислення нескінченних сум здійснюється також за допомогою циклів, щоправда тільки умовних, оскільки тут вихід з циклу здійснюється при умові досягнення заданої точності, і встановити наперед кількість повторів не можливо. Для знаходження суми в циклі кожного разу необхідно знайти значення наступного доданка і додати його до значення суми (сума перед початком циклу має бути рівна 0).

Таблиця ідентифікаторів, які використовуються в програмі:

XN	Початкова точка, в якій обчислити значення функції (тип REAL)
XK	Кінцева точка, в якій обчислити значення функції (тип REAL)
X	Змінна, в якій обчислюється значення функції (тип REAL)
A	Член ряду (тип REAL)
S	Наближене значення суми ряду (тип REAL)
F	Значення функції, яке обчислюється за допомогою стандартних функцій
H	Крок зміни аргумента X (тип REAL)
EPS	Точність обчислень (тип REAL)
N	Кількість обчислень функції в різних точках (тип INTEGER)
K	Кількість членів ряду при обчисленні суми із заданою точністю (INTEGER)
I	Параметр циклу (тип INTEGER)
I	Параметр циклу (тип INTEGER)

Часто обчислення загального члена ряду безпосередньо за формулою під знаком суми неможливе через певні обмеження апарату математичних функцій мови програмування. Наприклад, немає функції для обчислення $(-1)^n$ а при великих n значення n! перевищує межі будь-якого цілого типу даних. В таких випадках для знаходження значення наступного доданка A_{k+1} зручно використовувати рекурентне співвідношення вигляду $A_{k+1}=M_k(X)A_k$ яке пов'язує його із значенням попереднього доданка A_k за допомогою деякого множника $M_k(X)$. Формулу для $M_k(X)$ можна знайти як результат формального ділення виразу для знаходження A_{k+1} на такий же вираз дляA_k.

У нашому завданні

$$A_k = (-1)^k \frac{(2k)!}{2^{2k}(k!)^2(2k+1)} X^{2k+1},$$

$$A_{k+1} = (-1)^{k+1} \frac{(2(k+1))!}{2^{2(k+1)}((k+1)!)^2(2(k+1)+1)} X^{2(k+1)+1},$$

тобто

$$M_k(X) = \frac{A_{k+1}}{A_k} = \frac{(-1)^{k+1}(2k+2)!X^{2k+3}2^{2k}(k!)^2(2k+1)}{2^{2k+2}((k+1)!)^2(2k+3)(-1)^k(2k)!X^{2k+1}} = -\frac{X^2(2k+1)}{2(k+1)(2k+3)}$$

.

Тому значення кожного наступного доданку можна визначити за формулою

$$A_{k+1} = -\frac{X^2(2k+1)}{2(k+1)(2k+3)} * A_k$$

Блок-схема алгоритму